**ТЕМА:** «Применение производной для нахождения наибольших и наименьших значений величин.

**ВРЕМЯ ИЗУЧЕНИЯ:** 9 часов

**РЕЗУЛЬТАТ:** -уметь решать контекстные задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке и на промежутке

**-** уметь решать задачи на нахождение наибольших и наименьших значений величин

Контрольная работа выстроена по схеме: задания базового уровня (до черты), задания среднего уровня (после черты), задания повышенной сложности (после двойной черты).

Шкала оценивания: за успешное выполнение заданий первого уровня оценка «3»; за успешное выполнение двух уровней (базового и второго или третьего) – оценка «4»; за успешное выполнение всех заданий - оценка «5».

**ПРИМЕРНЫЙ ВАРИАНТ ИТОГОВОЙ РАБОТЫ:**

I вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке:

 а) у= х3 – 3х2 + 4, [-1;4]; б) у= (х + 1)2(х – 1), [-2;0];

 в) у= $\frac{х2+8}{х+1}$, [0;3].

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону х( t) = 18t2  - t3 (x – в метрах, t - в секундах). Определите, в какой момент времени из промежутка [4;8] скорость точки будет наибольшей, и найдите значение скорости в этот момент.
2. Площадь прямоугольного треугольника 8 см2. Какими должны быть длины сторон треугольника, чтобы сумма площадей квадратов, построенных на его сторонах, была наименьшей?

II вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке:

 а) у= 0,5х4 – 4х2, [-1;3]; б) у= (1- х2)(х – 1), [0;2];

 в) у= $\frac{х2+8}{х-1}$, [-3;0].

1. Материальная точка движется прямолинейно по закону х( t) = t3 - 12t2 + 60t (x – в метрах, t - в секундах). Определите, в какой момент времени из промежутка [1;5] скорость точки будет наибольшей, и найдите значение скорости в этот момент.
2. Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием составляют в сумме 36 см. Чему равен наибольший объем такого параллелепипеда?

**СТРУКТУРА (1 час)**

**Отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке**.

Говорят, что функция у = f(x), определенная на промежутке I, достигает на нем своего наибольшего (наименьшего) значения, если существует точка *а*, принадлежащая этому промежутку, такая, что для всех *х* из I выполняется неравенство f(x) ≤ f(*а*) (f(x)≥ f(*а*)).

Функция, непрерывная на отрезке [*a;b*], достигает на нем своего наибольшего и наименьшего значения.

**План нахождения наибольшего, наименьшего значения непрерывной функции на отрезке [*a;b*].**

1. Найти f ***′***(x).
2. Найти точки, в которых f ***′***(x) = 0 или f ***′***(x) не существует, и отобрать среди них те, что лежат внутри отрезка [*a;b*].
3. Вычислить значение функции у = f(x) в точках, полученных в п.2, и на концах отрезка и выбрать из них наибольшее и наименьшее.

*Пример 1*. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции у= х3 – 3х2 – 45х +225 на отрезке [0;6].

Решение:

1. y'=3x2- 6x- 45
2. 3x2- 6x- 45=0, х=5 лежит внутри отрезке [0;6], х= -3 не лежит внутри отрезке [0;6].

y' существует всюду.

1. у(0)=225, у(5)=50, у(6)=63.

Ответ: унаиб=225, унаим=50.

**План нахождения наибольшего, наименьшего значения непрерывной функции на незамкнутом промежутке (*a;b)*.**

1. Найти наибольшее, наименьшее значение функции на отрезке [*a;b*].

2. Делаем вывод о том, что если функция достигает своего наибольшего, наименьшего значения во внутренней точке отрезка [*a;b*], следовательно, в силу непрерывности функции, это будут наибольшее, наименьшее значение функции и на промежутке (*a;b).*

Иногда для отыскания наибольшего, наименьшего значения непрерывной функции у = f(x) на промежутке (*a;b)* полезны два утверждения:

1. ***Если функция у = f(x) имеет в промежутке I только одну точку экстремума х = а, причем это точка максимума, то f(а) – наибольшее значение функции на промежутке I.***
2. ***Если функция у = f(x) имеет в промежутке I только одну точку экстремума х = а, причем это точка минимума, то f(а) – наименьшее значение функции на промежутке I.***

*Пример 2.* Найдитенаибольшее значение функции у= $\frac{х}{1+х}$2 на луче [0;$\infty $).

Решение:

1. y' = $\frac{1 – х2}{(1 + х2)2}$
2. $\frac{1 – х2}{\left(1 + х2\right)2}$ = 0, х=1 лежит на луче [0;$\infty $), х= -1 не лежит на луче [0;$\infty $).

-**- -- -**

-------

1. **+** **-**

 0 1

Функция имеет на луче [0;$\infty $) только одну точку экстремума х = 1, причем это точка максимума, значит у(1) = 0,5 наибольшее значение функции на луче [0;$\infty $).

Ответ: 0,5

**Задачи на отыскание наибольших или наименьших значений величин.**

План решения.

1. Выявляют величину, наибольшее или наименьшее значение которой нужно найти и обозначают ее переменной (это зависимая переменная).
2. Одну из неизвестных величин (сторону, угол и т.д.) обозначают независимой переменной, например х, и устанавливают реальные границы ее изменения в соответствии с условиями задачи.
3. Исходя из конкретных условий данной задачи выражают у через х и известные величины.
4. Для полученной на предыдущем этапе функции находят наибольшее или наименьшее значение (в зависимости от требований задачи) по промежутку реального изменения независимой переменной.
5. Записывают ответ.

*Пример 3.* Периметр прямоугольника равен 48 см. Найдите стороны прямоугольника, при которых его площадь принимает наибольшее значение.

Решение:

1. Оптимизируемая величина Sнаиб.

 2. **A** **B**

 **D C**

Пусть AD=x, DC=в, тогда Р=2(х+в)=48

 х+в=24

 в=24-х, где 0‹х‹24

 3.S=хв=х(24-х)=24х-х2, где 0‹х‹24 .

4.Так как S(х) непрерывная на всей числовой прямой функция, то будем искать ее наибольшее значение на отрезке [0;24].

 S′(х)=24-2х

S′(х)=0, 24-2х=0, х=12.

S(0)=0, S(12)=144, S(24)=0.

Значит наибольшая S прямоугольника 144 см2, а стороны 12 см и 12 см.

Ответ: 12 см и 12см.

**ГЕНЕЗИС (1 час)**

1. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции у= х3 – 3х2 – 45х +1 на отрезке [0;6].
2. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции f(x)=2$\sin(х)$+$\cos(2х)$, на промежутке [0;2π].
3. Материальная точка движется по прямой согласно закону х( t) =12t2 - $\frac{2}{3}$t3  (x – путь в метрах, t - время в секундах). В какой момент времени из промежутка [4;10] скорость движения точки будет наибольшей, и какова величина этой скорости?
4. Найти размеры участка прямоугольной формы, имеющего наибольшую площадь, если его периметр равен 200 м.
5. Число 12 представьте в виде суммы двух положительных слагаемых так, чтобы сумма куба первого слагаемого и утроенного второго слагаемого была наименьшей.

**САМОРЕАЛИЗАЦИЯ (4 часа)**

Выполнить из учебника §36 №

Задания базового уровня: 934 (а-б), 936 (а-б), 938 (а-б).

Упражнения средней трудности: 935(а-б), 945 (а), 948 (б, г), 949 (а), 953 (а), 955 (а), 957.

Упражнения выше среднего уровня: 966 (а), 967 (а), 971 (а).

Упражнения повышенной трудности: 965 (а), 976.

**САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА** (аналог итоговой работы)

I вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке:

 а) у= х3 + 3х2 - 4, [- 4;1]; б) у= х- $\frac{1}{3}$х3, [-2;0];

 в) у= $\frac{х}{х2+1}$, [0;2].

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону h(t)=8t- t2 (h- в метрах, t- в секундах). Определите, в какой момент времени тело достигнет наибольшей высоты и каково будет ее значение в этот момент.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3.Из всех прямоугольников с диагональю 18 см найдите прямоугольник наибольшей площади.

II вариант

1. Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на данном промежутке:

 а) у= 0,25х4 – 2х2, [-3;1]; б) у= $\frac{1}{3}$х3-4х, [0;3];

 в) у= $\frac{х-1}{х2}$, [1;3].

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

2.Тело, брошенное вертикально вверх, движется по закону h(t)=12 t- 0,5 t2 (h- в метрах, t- в секундах). Определите, в какой момент времени тело достигнет наибольшей высоты и каково будет ее значение в этот момент.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

3.Из всех прямоугольников с площадью 25 см2 найдите прямоугольник с наименьшем периметром.